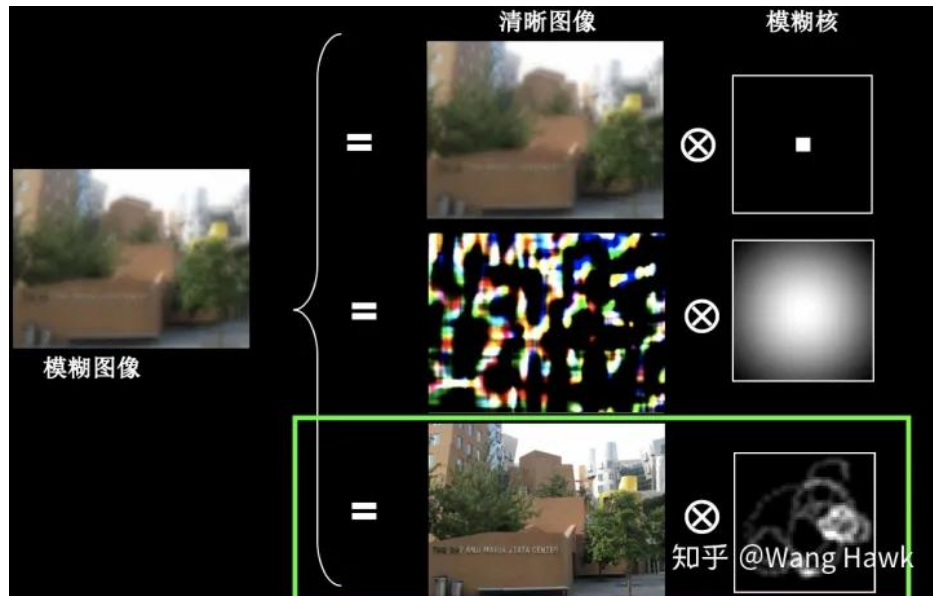


去卷积-手抖

Fergus et al., "Removing camera shake from a single image," SIGGRAPH 2006.

具体细节（如变分贝叶斯）就不要深究了，知道有这么个流程即可。

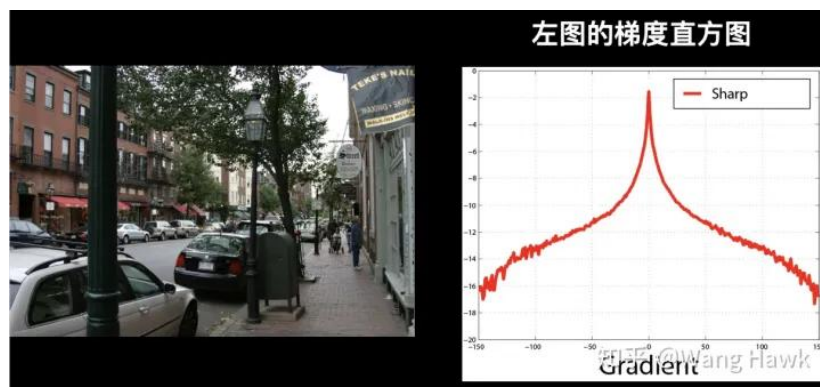
一张模糊的图像，有多种生成模式，只有最下面这种才是我们需要的，怎样才能得到它呢？



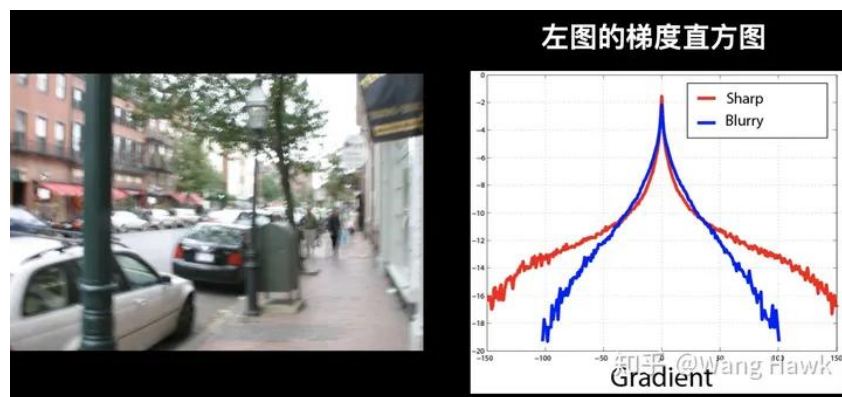
很显然，我们需要利用一些**先验信息**。有两个关键的先验信息可以帮助我们

一 图像的梯度分布

清晰的自然图像的梯度符合一种叫做"Heavy-Tail"的分布形态。直观上讲，一张清晰图像里面有很多平滑的区域且噪声较低，所以梯度接近 0 的像素还是占大多数。但是由于图像清晰，所以物体的边界比较明显，所以还是有很多像素的梯度较大。因此这种梯度的分布大概长这个样子（梯度直方图的纵坐标是 Log 化的密度）：



但是模糊的图像的边缘被糊掉了，所以更多的像素的梯度趋于 0，因此其梯度直方图就会变化：



二 模糊核的形态

我们这里展示的是相机的运动导致的模糊，那么可以认为**模糊核是稀疏的，有连续的轨迹，并且模糊核值都是非负数**。所以我们重建出来的模糊核也不是随随便便的，它必须符合上述这些特点才是一个合格的运动模糊核。

三 问题的数学建模

已知模糊图像 P ，未知图像为 L ，未知的卷积核为 K 。一个基本的想法是把问题看做是求最大后验概率的问题，但标准的 MAP 求解方法来求解出 K 和 L ，但最终效果却很差。

而在 2009 年的下面这篇著名论文中，作者 Levin 教授则提出了更深入的见解。

Understanding and evaluating blind deconvolution algorithms, CVPR 2009 and PAMI 2011, Levin, MIT

Levin 教授认为用 MAP 目标函数同时求解 K 和 L 肯定不好，有如下的原因：

1. 错误的单位卷积核比起正确的稀疏卷积核的可能性更高(Levin 的论文中有证明)

$$P(\text{可能的图像}, \text{卷积核}) > P(\text{可能的图像}, \text{卷积核})$$

The image shows a visual representation of the equation above. On the left, a blurry image of a man's face is shown next to a dense, non-sparse convolution kernel. On the right, the same blurry image is shown next to a sparse convolution kernel. The text '可能的图像' (Possible Image) is written below each image, and '卷积核' (Convolution Kernel) is written below each kernel. The equation indicates that the probability of the blurry image being generated by a dense kernel is higher than by a sparse kernel, which is a problem for blind deconvolution.

2. 上述 MAP 目标函数的变量个数具有高度的非对称性，比如对于这幅毕加索照片：



可见已知量的个数总是小于未知量的个数 $\#P < \#L + \#K$

以上两个原因就会导致用这种同时估计 K 和 L 的目标函数来做 MAP 总是无法得到好的结果。
那有没有更好的方法呢？

Levin 认为，更好的办法是只单独估计 K，即把下面左边的问题转换为右边的问题

$$\operatorname{argmax}_{\{K,L\}} p(K, L|P) \implies \operatorname{argmax}_K p(K|P)$$

这样，已知量的个数就远远大于未知量的个数 $\#P \gg \#K$

这里的 $p(K|P)$ 是相对于 L 的边际概率，即：

$$p(K|P) = \int_L p(K, L|P) dL$$

知乎 @Wang Hawk

简单来说，就是对每一个可能的 K，我们都要在所有可能的 L 上求取其后验概率，并把这些后验概率值加起来，得到 $p(K|P)$ 。你应该可以感觉到求这样的边际概率也是很不容易的事情，计算量非常复杂。于是很多学者采用了近似的方式来进行求解。回到我们开头介绍的 Fergus 的论文，作者是采用了“变分贝叶斯(variational Bayesian)”方法来近似后验概率的表示和求取

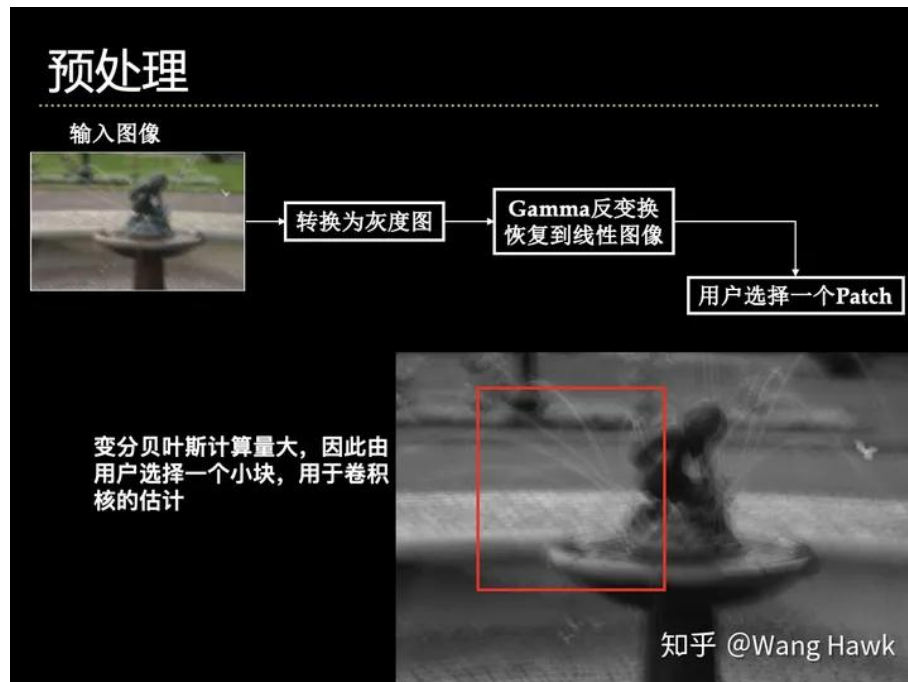
Fergus 证明了这种方法能得到远比原始的同时求取 K 和 L 的 MAP 算法好。



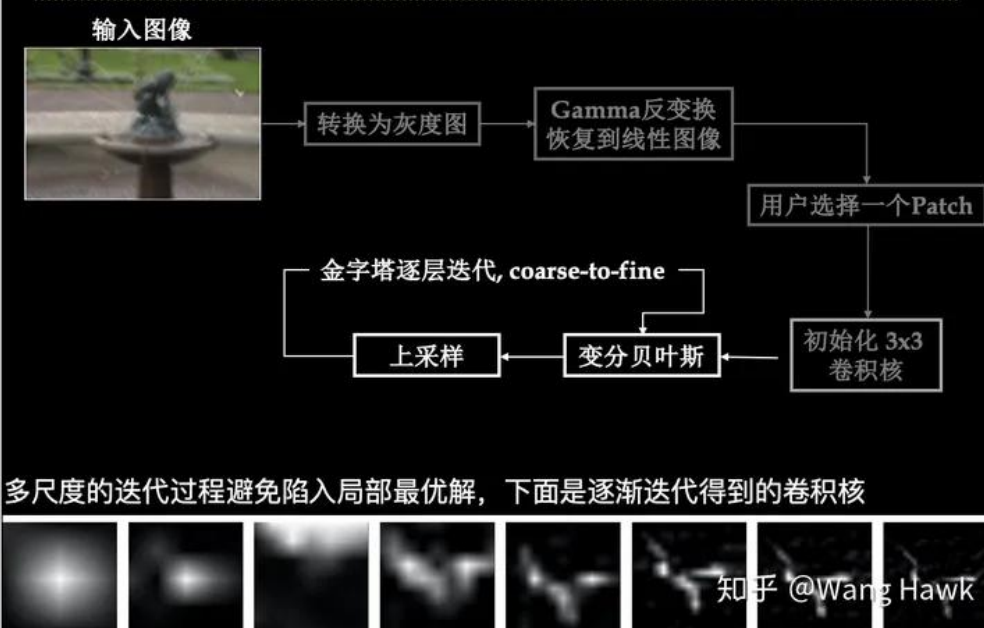
四 完整的流程

在论文中, Fergus 展示了其完整的盲去卷积的流程:

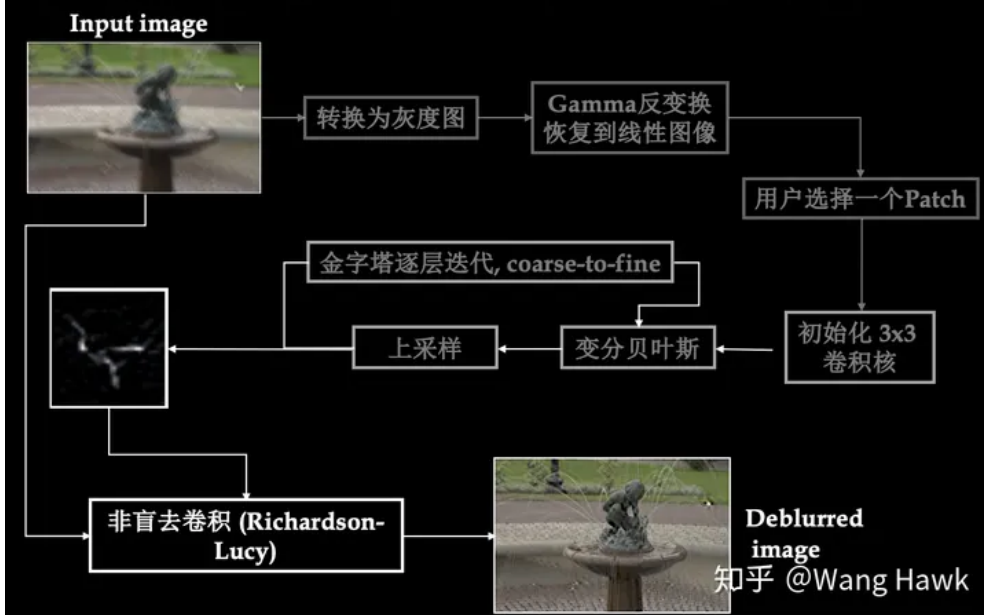
1. 预处理图像, 为了降低计算量, 并得到良好的结果, 需要用户来选择一个图像块。
2. 利用变分贝叶斯, 估计卷积核 K 。为了避免陷入局部最优, 采用了 coarse-to-fine 的策略
3. 利用标准的非盲去卷积方法, 重建清晰图像 L 。采用了去卷积的 Richardson-Lucy 算法。+



多尺度迭代，估计模糊核K



利用非盲去卷积方法实现图像重建



五 其他

参考资料: zhuanlan.zhihu.com/p/105500403，具体细节可以进一步看该文章和论文